令和４年度　　看護学科　　数学Ｉ問題（４－１）

受験番号			

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ。ただし，解答欄に答えのみ書きなさい。

(1) $(x+2)(x^2-2x+4)$ を展開せよ。

x^3+8

(2) x^2-y^2+6y-9 を因数分解せよ。

$(x+y-3)(x-y+3)$

(3) $1<x<3$ のとき，方程式 $|x-1|+4|x-3|=6$ を解け。

$x=\dfrac{5}{3}$

(4) $\dfrac{1}{1+\sqrt{5}+\sqrt{6}}+\dfrac{1}{1+\sqrt{5}-\sqrt{6}}$ を計算せよ。

$\dfrac{\sqrt{5}+5}{5}$

(5) x は実数とする。2つの集合 $A=\{x \mid -1 \leqq x \leqq 3\}$，$B=\{x \mid k-1 \leqq x \leqq k+1\}$ について，$\overline{A} \cap B=\phi$ となるように，定数 k の値の範囲を求めよ。

$0 \leqq k \leqq 2$

(6) １次不等式 $(a-4)x-(a^2-22)<0$ の解が $x>3$ であるように，定数 a の値を求めよ。

$a=-2$

(7) ２次方程式 $x^2-2(m+1)x+m^2+m-2=0$ が実数解をもつような定数 m のうち，負の整数であるものをすべて求めよ。

$m=-3,-2,-1$

(8) 放物線 $y=x^2-6x+10$ を，x 軸に関して対称移動して得られる放物線の方程式を求めよ。

$y=-x^2+6x-10$

(9) 不等式 $1 \leqq 3x+7<-x^2+5x+22$ を解け。

$-2 \leqq x<5$

受験番号			

(10)　a は 0 でない実数とする。次の $\boxed{}$ に入るものをそれぞれ①～④の中から１つ選べ。

（ｉ）命題「$a+\dfrac{1}{a}$ が無理数ならば，a は無理数」の対偶は，$\boxed{}$ である。

①a が無理数ならば，$a+\dfrac{1}{a}$ は無理数　　②$a+\dfrac{1}{a}$ が有理数ならば，a は有理数

③a が有理数ならば，$a+\dfrac{1}{a}$ は有理数　　④$a+\dfrac{1}{a}$ が無理数ならば，a は有理数

③

（ii）命題「a が無理数ならば，$a+\dfrac{1}{a}$ は無理数」は，$\boxed{}$ である。

①真　　②偽であり，反例は $a=\sqrt{3}$

③偽であり，反例は $a=\sqrt{3}+1$　　④偽であり，反例は $a=\sqrt{3}+2$

④

(iii) $a+\dfrac{1}{a}$ が無理数であることは a が無理数であるための $\boxed{}$。

①必要条件である　　②十分条件である

③必要十分条件である　　④必要条件でも十分条件でもどちらでもない

②

(11)　AB＝4，AC＝3，$\angle A=120^\circ$ の△ABCにおいて，$\angle A$ の二等分線と辺BCとの交点をＤとするとき，線分ADの長さを求めよ。

$\mathrm{AD}=\dfrac{12}{7}$

(12)　$\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}=5$ のとき，$\sin\theta\cos\theta$ の値を求めよ。

$\dfrac{1}{5}$

(13)　次のデータは，ある年の佐賀県における各月の平均湿度を並べたものである。

75, 68, 67, 71, 68, 80, 77, 68, 79, 75, 74, 74　　(単位%)

（ｉ）平均値 と 中央値 を求めよ。

平均値＝　73	中央値＝　74

（ii）四分位範囲 と 分散（四捨五入して小数第１位まで）を求めよ。

四分位範囲＝　8	分散＝　18.8

受験番号			

2　a は0でない定数とする。2つの関数 $f(x)=ax^2-2ax+a^2-a+5$，$g(x)=(a-1)x^2+2ax+1$ について，次の問いに答えよ。

(1)　$y=f(x)$ のグラフの頂点を a を用いて表せ。

(2)　$0\leqq x\leqq 3$ における $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

(3)　すべての正の実数 x について，常に $f(x)>g(x)$ が成り立つように，a の値の範囲を求めよ。

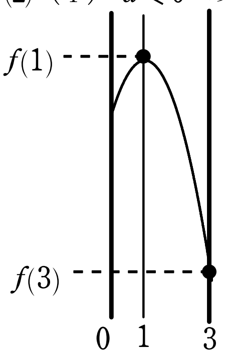
解答欄（答えを求めるまでの過程も書く）

(1)　$f(x)=a(x^2-2x)+a^2-a+5$

$=a(x-1)^2-a+a^2-a+5$

$=a(x-1)^2+a^2-2a+5$　　　頂点(1 , a^2-2a+5)…答

(2)（ｉ）$a<0$ のとき



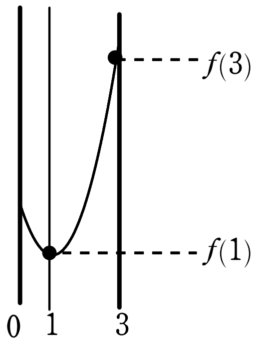
最大値

$f(1)=a^2-2a+5$

最小値

$f(3)=a^2+2a+5$

（ii）$a>0$ のとき



最大値

$f(3)=a^2+2a+5$

最小値

$f(1)=a^2-2a+5$

(3)　　$h(x)=f(x)-g(x)$ とすると

$h(x)=(ax^2-2ax+a^2-a+5)-\{(a-1)x^2+2ax+1\}$

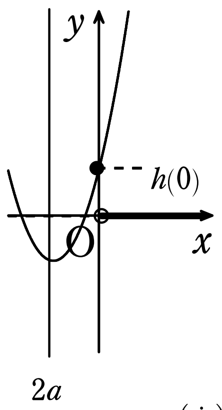
$=x^2-4ax+a^2-a+4$

すべての正の実数 x について，$h(x)>0$ が成り立てばよい。

$h(x)=(x-2a)^2-3a^2-a+4$

（ｉ）$2a<0$ のとき

つまり $a<0$ のとき



$h(0)\geqq 0$ であればよい。

$a^2-a+4\geqq 0$

$a^2-a+4=0$ の

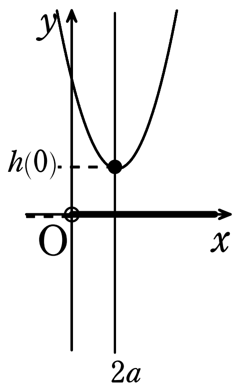
判別式 $D<0$ より

不等式は常に成り立つ

$a<0$ のとき条件を満たす。

（ii）$2a>0$ のとき

つまり　$a>0$ のとき



$h(2a)>0$ であればよい。

$-3a^2-a+4>0$

$3a^2+a-4<0$

$(a-1)(3a+4)<0$

$-\dfrac{4}{3}<a<1$

$a>0$ より

$0<a<1$

（ｉ）（ii）より求める a の値の範囲は

$a<0$ ，$0<a<1$ …(答)

受験番号			

$\boxed{3}$ AB=8，AC=3 である △ABC において，次の問いに答えよ。

(1) BC=7 のとき，∠Aの大きさを求めよ。

(2) BC=7 のとき，外接円の半径 R を求めよ。

(3) BC=7 のとき，内接円の半径 r を求めよ。

(4) BC=8 sin A のとき、辺 BC の長さを求めよ。

解答欄（答えを求めるまでの過程も書く）

(1) △ABCにおいて余弦定理より，

$$\cos A = \frac{8^2+3^2-7^2}{2\cdot 8\cdot 3} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore\ \mathrm{A} = 60^\circ$$ 答

(2) △ABCにおいて正弦定理より，

$$\frac{7}{\sin A} = 2R$$

$$R = \frac{7}{2\sin 60^\circ} = \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$ 答

(3) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} r(a+b+c)$ より，

$$\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 3\cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} r(7+3+8)$$

これを解いて，$r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 答

(4) △ABCにおいて余弦定理より，

$$BC^2 = 8^2+3^2-2\cdot 8\cdot 3\cdot \cos A$$

$BC = 8\sin A$ のとき，

$$64\sin^2 A = 64+9-48\cos A$$

$$64(1-\cos^2 A) = 64+9-48\cos A$$

整理すると

$$64\cos^2 A - 48\cos A + 9 = 0$$

$$(8\cos A - 3)^2 = 0$$

$$\therefore\ \cos A = \frac{3}{8}$$

$\sin A > 0$ より

$$\sin A = \sqrt{1-\frac{9}{64}} = \frac{\sqrt{55}}{8}$$

$$\therefore\ BC = 8\sin A = 8\cdot\frac{\sqrt{55}}{8} = \sqrt{55}$$ 答